مجلة وادى النيل للدراسات والبحوث ـ العدد السادس ـ إبريل 2015م

استخدام طريقة بزين في مشكلة إمراض الدم

أ. عدي مرزة حمزة (*)

تحت إشراف

أ.د. محمد توفيق البلقيني

د. هشام محمد رجب

ملخص:

تبقى عملية التقدير لمعلمات أنموذج الانحدار من الموضوعات المهمة على الرغم من كثرة ما كتب عنها من خلال البحوث والدراسات التي تختلف باختلاف الأساليب المتبعة في عملية التقدير سواء كان هذا الأسلوب تقليديا أو بيزياً،وتهدف هذه الدراسة إلى تقدير معالم نموذج الانحدار على البيانات من مصابين مرض فقر الدم الثلاسيميا بيتا الكبرى باستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وكذلك تم تطبيق أسلوب بيزين لتقدير معالم النموذج ومقارنة تلك المعالم بالمعالم المقدرة بطريقة المربعات الصغرى عن طريق معايير محددة وهي أقل تباين للمقدر وأفضل فترة ثقة، لمعرفة أفضل طريقة تقدم أفضل مقدر لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي. وقد تمت المفاضلة بين طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وأسلوب بيزين لتقدير معالم النموذج، وقد توصل البحث إلى أن مقدرات طريقة بيز باستخدام معاينة جيبس في حالة وجود توزيع قبلي قليل المعلومات أكثر كفاءة من طريقة المربعات الصغرى وذلك من خلال معيار اقل تباين وأفضل فترة ثقة.

ABSTRACT:

Estimationprocess parameters remain regression model of the important issues in spite of the large number of what he wrote about through, Research and Studies, which vary depending on the methods used in the estimation process, whether this method was traditionally or Bezia, This study aims to assess the data from the infected blood disease thalassemia major poverty beta using the method of least squares normal regression model parameters as well

---

(*) باحث لدرجة الماجستير بكلية التجارة- جامعة المنصورة.

as the Bizin method to estimate model parameters and compared to those applied, Parameters estimated monuments Least-squares by specific criteria which are less variation of the estimator and the best period of confidence, to know the best way to provide the best estimator to estimate the linear regression model parameters. Has been a trade-off between the method of least squares routine and Bizin to estimate model parameters method, has research found that the capabilities of the way biz using a preview Gibbs in the case of a distribution of tribal little information more efficient than the method of least squares and through the lower standard contrast and better confidence period.

1- مقدمة:

يعد القرن الحادي العشرين الحقبة التي تقدم فيها الإنسان باختراعاته واكتشافاته أكثر من أية فتره زمنية في تاريخ البشرية، وبدا توجه الإنسان إلى ضرورة بناء صرح متين يحق له الاستقرار النفسي والصحي والمعشي بعيداً عن الأمراض التي أنهكت الكثير من الشعوب وألان يقاس تطور الأمم ونموها بمقدار ما تحقق من تقدم في مجال الصحة والثقافة الصحية إذ يمتلك الجانب الصحي أهمية متميزة على صعيد التنمية توثر في تمكين العنصر البشري من مواكبة حركة التقدم والتطور الحضاري في العالم، ومن مقومات بناء الصحة في المجتمع درء جميع الأمراض ومنها الأمراض الدم التي تسبب نسبة عالية من الوفيات إذا ما قورنت مع الأمراض الأخرى لذلك لابد من الاهتمام بالجوانب العلاجية والخدمات الصحية العامة للوقاية من هذه الأمراض. إن نسبة الوفيات وأهمية الدراسة لتحديد العوامل المؤثرة في الوفيات وزيادة عددها في جمهورية العراق ومحاولة التعرف على هذه المحددات يعد مرض فقر دم البحر الأبيض المتوسط (الثلاسيميا) وأمراض فقر الدم الوراثية الأخرى مثل فقر الدم المنجلي ونقص أنزيم الكلوكوز6 (G 6 PD) من الأمراض الوراثية للهيموجلوبين الأكثر انتشاراً في العالم. وان ازدياد وسرعة في حجم مشكلة هذا الخلل الوراثي وتفاقم عبئها خصوصاً في منطقة شرق المتوسط الذي يتسم بخصائص ثقافية ديمغرافية تتطلب دراسة خاصة في مثل هذا النوع من الإمراض الوراثية. الثلاسيميا لم نسمع بها.أنها كلمة يونانية تعني. حوض البحر الأبيض المتوسط أي هي مصطلح جغرافي لكنها مع الأسف اسم لمرض خطير وكارثي يصاب به البشر وينتشر بالدول المحيطة بالبحر المتوسط، هو مرض وراثي يؤثر على صنع الدم في الجسم فتكون مادة الهيموجلوبين في كريات الدم الحمراء غير قادرة على القيام

بوظيفتها. المصاب به يعاني من ضعف عام في الجسم وبطء في النمو مما يؤدي إلى تأخر البلوغ بالإضافة إلى هشاشة العظام وزيادة نسبة الحديد في الجسم التي تؤدي لوفاته أن لم يتم تدارك الأمر مما يتطلب ذلك العلاج المستمر وبتكاليف باهظة.

مشكلة البحث:

يعد مرض فقر دم البحر الأبيض المتوسط (الثلاسيميا) من أهم المؤشرات في حجم مشكلة هذا الخلل الوراثي وتفاقم عبئها لذلك نبحث عن معلومات أكثر لنساعد مرضاه ومن خلال هذا البحث نأمل ومن الناحية الإنسانية القضاء على هذا المرض في العراق كما في بعض الدول.

- التقارير بعدد العينات وزيادة هذا العدد
- كان من الضروري محاولة التعرف على العوامل التي تؤثر في هذا المرض حيث أن هناك تقصير في طرق التقدير الخاصة بمعلمات النموذج التي تحكم هذه العوامل

هدف البحث:

يهدف البحث إلى إجراء دراسة مقارنة بين مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية ومقدرات بزين والتي تعتمد على معاينة جيبس لمعرفة أفضل طريقة تقدم أفضل مقدر لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي واختيار المناسب منها في تقدير النموذج المناسب.

أهمية البحث في أمرين هما:

أولاً تحديد العوامل المؤثرة في أمراض الدم نظرا لأهمية هذا المرض ودور هذا التأثير على ألاقتصاد القومي في جمهورية العراق وبالتالي لابد من تحديد نموذج عام مناسب لتحديد هذه العوامل، ثانياً المقارنة بين طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وطريقة بيز والتي تعتمد على معاينة جيبس واختيار المناسب منها في تقدير النموذج المناسب.وقد تناول العديد من الباحثين استخدام طريقة بزين في التقدير لمعالم نموذج الانحدار.

مجال وحدود البحث:

يتركز مجال البحث بصفة أساسية على مصابين مرض الثلاسيميا بيتا الكبرى وحدود البحث الزمنية تنحصر في الفترة سنة 2008 إلى سنة 2013 أما حدود البحث المكانية فانه سوف يكون على مستوى الاقتصاد القومي في جمهورية العراق.

الدراسات السابقة:

وقد تناول العديد من الباحثين استخدام طريقة بزين في التقدير لمعالم نموذج الانحدار مثل عماد حازم عبودي (1996) فقد قام باستعمال طريقة بيز في تقدير معلمات نماذج الانحدار الخطي البسيط والمتعدد في حالة عدم وجود ارتباط ذاتي فضلا عن حالة وجود الارتباط الذاتي وباستخدام دوال كثافة احتمالية سابقة مختلفة باستعمال دالة خسارة تربيعية ولقد توصل الباحث إلى أفضلية هذه الطريقة باستعمال دالة كثافة احتمالية أولية معلوماتية بقيود حول المعلمات مقارنة باستعمال دالة كثافة احتمالية أولية غير معلوماتية أو دالة كثافة احتمالية مرافقة طبيعية، كما قام زياد زكي صالح نعمان (1998) بالمقارنة بين طرق التقدير التقليدية والبيزية لمعلمات النموذج الانحدار الخطي لتقدير معلمات النموذج الانحدار الخطي بالطرق التقليدية بطريقة الإمكان الأعظم وبطريقة التقدير المختلط ومقارنتها مع الطرق البيزية في التقدير باستخدام المحاكاة أو استخدام مقاييس متوسط مربعات الخطأ والتحيز والكفاءة النسبية لتحديد الطرق المثلى في عملية التقدير. وقد استنتج الباحث أن الطرق البيزية في التقدير هي الأفضل في تقدير معلمات النموذج الانحدار الخطي من الطرق التقدير التقليدية، كما قاما كلاً من دجلة إبراهيم العزاوي وكوثر محمد الخيري (2002) بتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي عندما تتبع الأخطاء العشوائية توزيع (t) وباستخدام كل من الأسلوب التقليدي وأسلوب بيز للتقدير باستخدام أسلوب المحاكاة ولقد توصلت الباحثتان إلى أفضلية أسلوب بيز في التقدير باستخدام أسلوب المحاكاة. كما قامت أميره ولـــي عمـــر (2010) بتطوير معادلات بسيطة لنمذجة وتنبؤ لزوجة الدم من القياسات المختبرية المتاحة و اختبار صحة هذه التنبؤات لغرض توفيق علاقة لزوجة الدم مع كل من المتغيرات التوضيحية ، نتجت ثمانية نماذج انحدار مختلفة اخذين بنظر الاعتبار اقل عدد تكرارات مع أدنى متوسط مربعات الخطأ كأفضل نموذج تم استخدام [12] نموذج انحدار غير خطي لكل متغير توضيحي ب(5) قيم ابتدائية لكل نموذجوقد استخدم.

(1975) Smith, A.F.M الصيغة المقترحة للمعلمات السابقة التي قدمها [Lindly, D.V & Smith , A. F. M] لتقدير معلمات الانحدار ، كذلك اشتملت الدراسة على مقارنة تقديرات معلمات النموذج السابق الذكر بطريقة المربعات الصغرى مع طريقة بيز من خلال تطبيق عملي على تجربة واقعية .وتوصل الباحث الى أفضل مقدر هو مقدر بيز في تقدير معلمات النموذج الانحدار الخطي العام ، كما قارن (Oman , S. D 1985) طرق التقدير البيزية مع طرق التقدير التقليدية كطريقة المربعات الصغرى وطريقة ستين وطريقة انحدار الحرف وقد استنتج الباحث أن طرق التقدير البيزية كانت هي الأفضل في طرق التقدير من الطرق التقليدية كطريقة المربعات الصغرى وطريقة ستين وطريقة انحدار الحرف. الأفضلية استخدام الطرق البيزية في التقدير بدلا

من الطرق التقليدية. بعد هذه المقدمة نقوم الآن بعرض طريقة بزين المستخدمة ثم نقوم بالمقارنة بينها وبين طريقة المربعات الصغرى العادية وبيان أيهما أفضل من خلال معيار أقل تباين وأفضل فترة ثقة.

2- مقدمة في نظرية بيز:

بلا شك إن لنظرية التقدير أهمية كبيرة في التطبيقات العملية ، حيث أنها توفر قواعد يتم بموجبها تقدير معلمات مجهولة لظاهرة معينة في الواقع العملي وبمختلف المجالات. فالمدرسة التقليدية تفترض أن المعلمات المراد تقديرها هي عبارة عن ثوابت غير معروفة القيمة.

أن ظهور المدرسة البيزية **(Bayesian School)** في التقدير من قبل الإحصائي البريطاني توماس بيز **(Thomas Bayes)** صاحب المبرهنة التي عرفت باسمه (مبرهنة بيز) التي تستند إلى الاحتمالات الشرطية **(Conditional probabilities)**، على الرغم من وجود مدرسة بيز هناك المدرسة التقليدية**(Classical School)** التي كان من مؤسسيها **R.A.Fisher (E.S.Person,** الخ) حيث أن ظهور هاتين المدرستين أدى إلى ظهور اتجاهين في تقدير المعلمات حسب المدرسة وكل اتجاه له افتراضات خاصة به، فالمدرسة التقليدية تفترض أن المعلمات المراد تقديرها هي عبارة عن ثوابت غير معروفة القيمة أما المدرسة البيزية فهي تعامل المعلمات المراد تقديرها كمتغيرات عشوائية ولها توزيع احتمالي في فترة معينة، ويعد أسلوب بيز من الأساليب الملائمة جدا لدمج لمعلومات المسبقة مع المعلومات التي المتوفرة قيد الدراسة. وعليه فان المعالم المقدرة بهذا الأسلوب تعتمد في تقديرها على تحديد نوع دالة الكثافة الاحتمالية القبلية وكذلك نوع دالة الخسارة التي تستخدم وفضلا عن ذلك فان هذه المدرسة قد عالجت العديد من المشاكل التي تصاحب بناء نموذج الانحدار وذلك عندما تكون التقديرات الناتجة من خلال استخدام أساليب المدرسة التقليدية غير متطابقة للمعلومات المتوفرة سابقا حول هذه المعالم. لذا ظهرت الحاجة إلى استخدام أسلوب بيز في تقدير المعالم . هذا الاختلاف بين المدرستين فرض على متخذ القرار أن يختار الأسلوب الأمثل في عملية التقدير أن أسلوب المدرسة التقليدية يكون معتمداً على بيانات العينة المشاهدة كطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية **OLS** أو الإمكان الأعظم **ML** أو تصغير مربع كآي **MCS** وغيرها،أما أسلوب المدرسة البيزية فقد تضمن طرقا مختلفة لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي تختلف باختلاف نوع دالة الكثافة الاحتمالية القبلية الممثلة للمعلومات السابقة لمعلمات الانحدار المجهولة، ففي حالة عدم توفر معلومات سابقة (قليلة المعلوماتية) حول تلك المعلمات يستخدم أسلوب بيز باعتماد

دالة أولية غير معلوماتية في عملية التقدير التي تعكس كلا من معلومات العينة المشاهدة والمعلومات السابقة كذلك أن المدرسة البيزية قدمت أسلوبا آخر يدعى (أسلوب بيز التجريبي) الذي يمكن استخدامه لتقدير معلمات الانحدار الخطي المجهولة في حالة عدم إمكانية صياغة المعلومات السابقة حول معلمات الانحدار على شكل دالة كثافة احتمالية معينة وهذا هو الفرق الرئيس بين المدرستين ومن أيد هذه المدرسة عدد من الإحصائيين الذين كتبوا بحوثا ونشروا مؤلفات عديدة مستخدمين أسلوب بيز ومن أبرز الذين ساهموا في تطوير أسلوب يبز في المجالين النظري والتطبيقي العلماء (**Laplace**) و(**Lindly**) و(**Box &Tiao**) و(**Zellner**) و(**Jeffrey**) وغيرهم.

1-2 مفهوم نظرية يبز:

يركز أسلوب بيز في التقدير بمفهومه بشكل عام على توظيف معلومات مسبقة**.** حول المعلمات المجهولة **θ = [θ1, θ2….θp]** المطلوب تقديرها على اعتبار أن هذه المعلمات متغيرات عشوائية وليست كميات ثابتة يمكن وصفها على شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية السابقة **(Proirp.d.f)** وهذه المعلومات معروفة من بيانات وتجارب سابقة أو من النظرية التي تحكم تلك الظواهر أما دالة التوزيع الحالي لمشاهدات العينة الحالية قيد الدراسة يكون فيها قيمة المتغيرات العشوائية **(y)** لهذه المشاهدات دالة توزيعية تعتمد على **θ** ويرمز لها **P(y/θ)** تسمى دالة الإمكان **(Likelihood Function)** وتقدير بيز لهذه المعلمات يعتمد على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة **(Posterior p.d.f)** التي تم الحصول عليها من دمج دالة الكثافة الاحتمالية السابقة للمعلمات مع دالة الإمكان للمشاهدات حيث يعرف **[Larson]** دالة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة **(θ)** بالدالة الشرطية لمجال المعلمات **(θ)** بوجود معلمات العينة الحالية ويعبر عنها رياضياً

$$P(\theta \mid Y) \propto P(\theta).P(y/\theta)$$

αpriorp.d.f . Likelihood Function

حيث أن ∝ تشير أن الكمية تناسبية.

2-2 أنواع الدوال الكثافة الاحتمالية السابقة في أسلوب بيز لتقدير معلمات النموذج الخطي.

إن استخدام أسلوب بيز في التقدير يقتضي وجود دالة كثافة احتمالية سابقة (القبلية) لذلك يعد تحديد نوع دالة الكثافة السابقة للمعالم هو من الموضوعات

المهمة. فقد أشار **(Zellner)** أن تحديد نوع هذه الدوال تعتمد على نوع المعلومات المسبقة المتوفرة لدى الباحث، وتوجد عدة دوال الكثافة الاحتمالية السابقة وكالآتي:

1- دالة الكثافة الاحتمالية السابقة غير المعلوماتية (قلية المعلوماتية).

2- دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعلوماتية (ذات المعلوماتية).

3- دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعتمدة على عينة سابقة.

4- دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المرافقة الطبيعية. (كاظم ومسلم، 2002).

3-2 دالة الكثافة الاحتمالية السابقة (قليلة المعلوماتية)

إن استخدام أسلوب بيز في التقدير يقتضي وجود دالة كثافة احتمالية قبلية لذلك يعد تحديد نوع دالة الكثافة السابقة للمعالم هو من الموضوعات المهمة. فقد أشار **(Zellner)** أن تحديد نوع هذه الدوال تعتمد على نوع المعلومات المسبقة المتوفرة لدى الباحث، فقد تكون معلومات محتواة في بيانات لعينات سابقة والتي توفرت من خلال أسلوب عملي، فإن دوال الكثافة الاحتمالية السابقة التي تمثل معلومات من هذا النوع تسمى **(DB) (Data Based Prior p.d.f)**.أما إذا كانت هنالك معلومات سابقة متوفرة من خلال البحث أو نتيجة اعتبارات نظرية ليست لها علاقة بيانات، أي عينة سابقة فإن دوال الكثافة الاحتمالية القبلية التي تمثل هكذا معلومات تسمى **(NDB) (Non Data-Based Prior P.d.f)** وقد تكون لدينا دوال كثافة احتمالية قبلية تمثل معلومات متوفرة من عينات أخرى سابقة وكذلك معلومات متوفرة ومن اعتبارات نظرية عندما تكون معلوماتنا السابقة حول معالم النموذج قليلة أو غير كافية ونحتاج لتحديد التوزيعات السابقة فيظل تلك المعلومات القليلة حول المعالم ولحل هذا الإشكال اقترح **(Jeffrys)** قاعدتين لاختيار التوزيع لاختبار التوزيع السابق وعلى الوجه الآتي: **Zellner, (1971)**

القاعد الأولى: إذا كان للمعلمة قيمة في مجال لا نهائي من **(-∞, ∞)** فإن التوزيع الاحتمالي السابق له
سيأخذ توزيع منتظم

$$P(\beta)d\beta \propto d\beta \qquad -\infty < \beta < \infty$$

$$P(\beta)d\beta \propto \text{constant} \qquad -\infty < \beta < \infty$$

ويعد هذا النوع من أنواع الكثافة الاحتمالية القبلي غير الملائم **(Improper)**، ولكن في حالة دمجه مع دالة الإمكان سوف نحصل على توزيع لاحق ملائم **(Proper)**.

القاعدة الثانية : إذا كانت المعلمة في المجال من **(0,∞)**، مثلاً الانحراف المعياري **(σ)**، فقد اقترح **(Jeffery)** أن نأخذ التوزيع اللوغارتمي المنتظم، عنى هذا أن $\theta = \log\sigma$ ، وبهذا تكون دالة الكثافة الاحتمالية القبلية **(θ)** كما يلي:

$$f(\theta)d\theta \,\alpha\, d\theta \quad -\infty < \theta < \infty$$

وبهذا تكون الصيغة مطابقة إلى قاعدة (**Jeffery**) الأولى

وبالتالي
$$d\phi = \frac{d\sigma}{\sigma}$$

$$P(\sigma)d\sigma \propto \frac{1}{\sigma}d\sigma \qquad 0 < \sigma < \infty$$

هذا النوع من الدوال يسمى دالة كثافة احتمالية السلبقة غير معلوماتية

(Non Informative Prior p.d.f)

دالة الكثافة الاحتمالية القبلية تؤخذ على أنها توزيع لوغاريتمي منتظم .لغرض تقدير معالم نموذج الانحدار الخطي سوف نبدأ بالانحدار الخطي البسيط حيث نفرض أن لدينا النموذج الآتي :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + U_i$$

ويخضع هذا النموذج للفرضيات الآتية :

$$1\text{- } E(U_i) = 0$$

$$2\text{- } V(U_i) = \sigma_u^2$$

$$3\text{- } U_i \sim N(0, \sigma_u^2)$$

$$4\text{- } Cov(U_i, U_j) = 0$$

$$\forall\ i \neq j \quad i, j = 1,2,\ldots,n$$

ومن الفرضيات السابقة فان المتغير (Y_i) في النموذج الخطي له دالة تتوزع توزيعا طبيعيا بمعدل مقدار $E(Y_i \quad X_i, \beta_0, \beta_1, \sigma_u^2) = \beta_0 + \beta_1 Xi$
وتباين مقداره

$$Var(Y_i \quad X_i, \beta_0, \beta_1, \sigma_u^2) = \sigma_u^2$$

بما أن مشاهدات المتغير (**Yi**) مستقلة في ما بينها فيمكن إيجاد دالة الإمكان الأعظم **(Maxmum Likelihood function)** للمشاهدات وكالآتي:

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\Pi})^n \sigma_u^n} \exp[-\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2]$$

$$L(\beta_0, \beta_1, \sigma_u^2) = \prod_{i=1}^{n} f(Y_i / X_i, \beta_0, \beta_1, \sigma_u^2)$$

وباستخدام ثابت التناسب

$$L \propto \frac{1}{\sigma_u^n} \exp[-\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2] \qquad (1)$$

$$-\infty < Y_i < \infty \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

أما دالة الكثافة الاحتمالية السابقة غير المعلوماتية للمعالم $(\beta_0, \beta_1, \sigma_u^2)$ فنحصل عليها من خلال تطبيق قاعدة (**Jeffry**)وكآلاتي:

$$F(\theta) = [I_x(\theta)]^{1/2}$$

$$f(\beta_0) \propto constant \qquad -\infty < \beta_0 < \infty$$
$$f(\beta_1) \propto constant \qquad -\infty < \beta_1 < \infty$$
$$f(\sigma_u) \propto \frac{1}{\sigma_u} \qquad 0 < \sigma_u^2 < \infty \quad (2)$$

يشار إلى أن الدالة القبلية التي يتم الحصول عليها وفق أسلوب جفري (**Jeffry)** تعد دالة غير تامة **(Improper)** لان تكامل هذه الدالة في مجالها لا

يساوي واحد ولكن في حالة دمجها مع دالة الإمكان نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية البعدية التي تكون تامة**(proper)**.

وبتطبيق نظرية بيز من خلال دمج الصيغة **(1)** مع الصيغة **(2)** نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة البعدية لمعالم نموذج الانحدار وكما يأتي :

$$f(\ \beta_0 , \beta_1 , \sigma_u \quad Y) \propto \frac{1}{\sigma_u^{n+1}} \exp [\ -\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^{n} (Yi - \beta_0 - \beta_1\ Xi)^2 \ \ ]$$

وباستخدام معاينة جيبس نجد أن التوزيع البعدي الهامشي لكل من المعالم كالتالي:

$$\left(\beta \middle| \sigma^2, y, x\right) \sim N\left(\hat{\beta}, \sigma^2 \left(X\grave{X}\right)^{-1}\right)$$

$$(\sigma^2 | y, X) \sim Invers - Gamma\left(\frac{n-k}{2}, \frac{(n-k)\hat{\sigma}^2}{2}\right)$$

حيث أن :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(y - X\beta)'(y - X\beta)}{n - k}$$

وبالمثل يمكننا عمل امتداد لهذا النموذج إلي نموذج انحدار متعدد المتغيرات، والآن نتعرف على معاينة جيبس والتي يتم استخدامها للحصول على التوزيع البعدي الهامشي للمعالم.

4-2 معاينة جيبس

هي حالة خاصة من طرق مونت كارلو سلاسل ماركوف **(Markov chain Monte Carlo methods (McMc)**، وتعتمد طرق **(McMc)** على المحاكاة لتقدير دالة الكثافة البعدية الهامشية وتقدير معالم الدالة، وإن من

أكثر الأساليب شيوعاً من أساليب (McMc) هو أسلوب معاينة جيبس، ويعتبر Gelfand and Smith (1990) من أوائل الباحثين الذين استخدموا معاينة جيبس لحساب التوزيع البعدي من تحليل بيزين، والآن سنقوم بشرح معاينة جيبس لحالة متعددة المعالم. افترض أن لدينا عدد k من المعالم وهي$(\theta_1, \ldots\ldots, \theta_k)$ وسنرمز لتلك المعالم بالمتجه $\tilde{\theta}$، افترض أيضا أن لدينا بعض البيانات $\tilde{y}$ إذن فإن التوزيع البعدي يكون معطي من خلال:

$$f(\tilde{\theta}|\tilde{y}) = f(\theta_1, \ldots\ldots, \theta_k|\tilde{y})$$

ولكننا نهتم بالتوزيعات البعدية الهامشية وهي $f(\theta_i|\tilde{y}) for i = (1, \ldots\ldots, k)$، لذلك فإن معاينة جيبس تتيح لنا تقدير التوزيع البعدي الهامشي باستخدام الخوارزمية التالية :

1- نختار عينة أولية من $\theta_2, \ldots\ldots, \theta_k$ وليكن $\theta_2^{(0)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(0)}$.

2- حدد قيمه لـ θ_1 من خلال $f\left(\theta_1\middle|\theta_2^{(0)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(0)}, \tilde{y}\right)$ ولتكن $\theta_1^{(1)}$.

3- نشتق قيمة $\theta_2^{(1)}$ من خلال $f\left(\theta_2\middle|\theta_1^{(1)}, \theta_3^{(0)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(0)}, \tilde{y}\right)$.

4- نكرر تلك الخطوات حتي نحصل على $\theta_k^{(1)}$ من خلال $f\left(\theta_k\middle|\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}, \ldots\ldots, \theta_{k-1}^{(1)}, \tilde{y}\right)$. وبذلك نكون اكملنا أول عملية تكرار في الخوارزمية. وبالتالي ظهر لنا الأن متجه جديد وهو $\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(1)}; \tilde{\theta}$.

5- نكرر العملية السابقة حتي يظهر لنا $\theta_1^{(2)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(2)}$ حيث أن قيمة $\theta_1^{(2)}$ تكون مشتقة من خلال $f\left(\theta_1\middle|\theta_2^{(1)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(1)}, \tilde{y}\right)$ وهكذا....

6- كرر هذه العملية عدد t من المرات وسوف يكون لدينا $\theta_1^{(t)}, \ldots\ldots, \theta_k^{(t)}$.

7- نحذف أول s من التكرارات وهذا ما يعرف بحرق في الفترة (burn-in period).

8- نرسم المدرج التكراري للقيم $\theta_i^{(s+1)}, \theta_i^{(s+2)}, \ldots\ldots, \theta_i^{(t)}$ for $i = (1, \ldots\ldots, k)$.

إن نظرية معاينة جيبس تتضمن أن الشكل البياني للقيم $\theta_i^{(s+1)}, \ldots\ldots, \theta_i^{(t)}$ for $i = 1, \ldots\ldots, k$ سوف يقربنا للتوزيعات البعدية الهامشية

$f(\theta_i|\tilde{y})$ عندما تكون t كبيرة، وهذا يعني أن هذه العملية تعتبر كمحاكاة حتي تستقر حالة البحث.

أن الهدف من معاينة جبس هو لإيجاد تقديرات للمعلمات التي نهتم في دراستها لكي نحدد إلى أي مدى يمكن للبيانات المشاهدة أن تلائم النموذج الذي نهتم في دراسته .

أن القوة في معاينة جبس هو أن التوزيع المشترك للمعلمات سوف يقترب للاحتمالية المشتركة للمعلمات إذا علمت البيانات المشاهدة.

3- **الجانب التطبيقي**:

في هذا الجزء يتم عمل مقارنة بين مقدرات المربعات الصغرى ومقدرات بزين لمعرفة أفضل طريقة تقدم أفضل مقدر، لذلك سوف يتم استخدام تحليل الانحدار الذي يعتمد على طريقة المربعات الصغري العادية لتقدير العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلةثم بعد ذلك يتماستخدام طريقة بزين لتقدير معالم النموذج ومقارنة تلك المعالم بالمعالم المقدرة بطريقة المربعات الصغرى عن طريق معايير محددة وهي أقل تباين للمقدر وأفضل فترة ثقة،وفي هذا البحث يتم استخدام المتغير التابع هشاشة العظام والمتغيرات المستقلة العمر الأصلي مقاساً بالشهر، وعمر المريض عند الإصابة مقاساً (بالشهر)، وتضخم الكبد مقاساً (بالسنتمتر)، والخلايا الشبكية، والهيموكلوبين الجيني ، وبداية نقل الدم حسب العمر مقاساً (بالشهر)، واورمة حمراء، وهيموجلوبين الدم، وعدد وحدات الدم، وكريات الدم المضغوطة، وقد تبين عدم تأثير معظم هذه المتغيرات إلا متغيرين فقط وهما العمر الأصلي مقاساً بالشهر، وعدد وحدات الدم وسوف يتم استخدام تحليل الانحدار البسيط لنموذجين وهم انحدار المتغير التابع هشاشة العظام على المتغير المستقل العمر الأصلي مقاساً بالشهرثم المتغير التابع هشاشة العظام على المتغير المستقل عدد وحدات الدم. كما سوف يتم استخدام الانحدار المتعدد لنموذج انحدار المتغير التابع هشاشة العظم على المتغيرات المستقلة وهي العمر الأصلي مقاساً بالشهر، وعدد وحدات الدم،وعلى ذلك سوف يتم تقسيم هذا الجزء إلي قسمين .القسم الأول هو اختيار الصورة الدالية الأفضل في تمثيل العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل في حالة الانحدار البسيط ومقارنة النتائج المتحصل عليها من طريقة المربعات الصغرى بتلك التي نحصل عليها من طريقة بزين لنفس الصورة الدالية التي تم التوصل إليها،القسم الثاني اختيار الصورة الدالية الأفضل في تمثيل العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في حالة الانحدار المتعدد ومقارنة النتائج المتحصل عليها من طريقة المربعات الصغرى

بتلك التي نحصل عليها من طريقة بزين لنفس الصورة الدالية التي تم التوصل إليها.

3-1 القسم الأول:

أولاً: تقدير معادلة انحدار هشاشة العظم على العمر الأصلي مقاساً بالشهر باستخدام الصور الدالية المختلفة.

نهدف إلي الوصول إلي أفضل صورة داليه تمثل العلاقة بين المتغير التابع هشاشة العظم والمتغير المستقل العمر الأصلي مقاساً بالشهر وسوف نرمز إلي المتغير التابع بـ $\mathbf{y}$ والمتغير المستقل بـ $\mathbf{x_1}$.

يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظامعلي العمر الأصلي مقاساً بالشهر باستخدام الصور الأربعة الشائعة الاستخدام (الدالة الخطية– الدالة الأسيه– الدالة اللوغارتميه– الدالة نصف اللوغارتميه).

جدول (1)
نتائج تقدير الصورة الدالية المختلفة للانحدار هشاشة العظم على العمر الأصلي مقاسا بالشهر

Model		*Unstandardized Coefficients* β	*Confidence Interval95%*		*t (Sig)*	*Std.error*
			Lower	Upper		
linear	constant	**-0.299**	**-7.44**	**6.85**	**-0.083** (0.934)	**3.616**
	x_1	**0.838**	**0.754**	**0.921**	**19.883** $(0.00)^{**}$	**0.042**
	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.728	**0.726**	**395.326**		**0.000****	20.1424
Exponential (log-linear)	constant	2.827	2.671	2.982	35.96 (0.00)	0.079
	x_1	0.015	0.013	0.016	15.89 $(0.00)^{**}$	0.001
	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.631	0.628	252.781		**0.000****	**0.43791**

Double-log	*constant*	*-0.598*	*-1.095*	*-1*	*-2.372* *(0.019)**	0.252
	lnx_1	1.081	0.963	1.198	18.163 (0.00)**	0.060
	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.690	0.688	329.883		0.000**	0.40103
Semi-log (Linear-log)	constant	-172.143	-200.5	-143.8	-12.009 (0.00)**	14.335
	lnx_1	56.192	49.5	62.883	16.595 (0.00)**	3.386
	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.650	0.648	275.402		0.000**	22.81732

* : معنوي عند مستوي معنوية 5% .

** : معنوي عند مستوي معنوية 1% .

من الجدول السابق يتضح لنا ما يلي :

1- بالنسبة للصورة الخطية :

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل عند مستوي معنويه (1% , 5%)، ولكن لم تتحقق معنوية الجزء الثابت من خط الانحدار وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

2- بالنسبة للصورة الأسية :

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل والجزء الثابت من خط الانحدار عند مستوي معنوية (1% , 5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

3- بالنسبة للصورة اللوغارتميه :

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% ,5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل عند مستوي معنوية (1% ,5%)، ولكن تحققت معنوية الجزء الثابت عند مستوي معنوية (5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

4- بالنسبة للصورة نصف اللوغارتميه :

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل والجزء الثابت من خط الانحدار عند مستوي معنوية (1% , 5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي. مما سبق يتضح قبول جميع الصور الدالية المختلفة ولذلك يجب المفاضلة بينهم علي أساس المعايير الإحصائية المختلفة لقبول أفضل صورة داليه تمثل العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل.

نقوم بتقسيم النماذج إلى مجموعتين المجموعة الأولي تشمل الدالة الخطية والدالة نصف اللوغارتميه والمجموعة الثانية تشمل الدالة الآسية والدالة اللوغارتميه.

بالنسبة للمجموعة الأولي نلاحظ أن الدالة الخطية تملك معامل تحديد ومعامل تحديد معدل اكبر من الدالة النصف لوغارتميه بينما الخطأ المعياري لمقدر معلمة المتغير المستقل للدالة الخطية أقل من الدالة النصف لوغارتميه ونلاحظ أن معنوية الدالة الخطية ككل اكبر من معنوية الدالة نصف لوغارتميه مما يجعلنا نختار الدالة الخطية عن الدالة نصف اللوغارتميه .

أما بالنسبة للمجموعة الثانية فنلاحظ أن معامل التحديد ومعامل التحديد للدالة اللوغارتمية أكبر من نظيره في الدالة الأسية، كما أن الخطأ المعياري للتقدير للدالة اللوغارتمية أقل من الدالة الآسية وعلي ذلك نختار الدالة اللوغارتميه عن الدالة الأسية.

وبعد تحديد الصورة الدالية الأفضل في كل مجموعه نبدأ الآن بمقارنة الدالة الخطية بالدالة اللوغارتميه وذلك عن طريق المعيار التالي:

استخدام معيار معامل التحديد $(\mathbf{R^2})$

الطريقة الأولى:

يتم حساب القيم المقدرة من النموذج اللوغارتمي ($\ln \hat{y}_t$) ومن هذه القيم يمكن إيجاد القيم المقابله لهذه اللوغارتيمات $[\exp(\ln \hat{y}_t)]$ وبحساب مربع الارتباط بين $[\exp(\ln \hat{y}_t), y_t]$ وجد أن:

$$\mathbf{r2}\ [\exp(\ln \hat{y}_t), y_t]=0.726$$

وبمقارنة هذه القيمة بقيمة معامل التحديد في الدالة الخطية معامل التحديد في الدالة الخطية ($\mathbf{R^2}$ =0.728) نجد أن $\mathbf{r2} \approx \mathbf{R^2}$، وبذلك تكون الصورة اللوغارتميه هي الأفضل.

الطريقة الثانية:

يتم حساب القيم المقدرة من الدالة الخطية ($\hat{y}_t$) ثم نحسب لوغارتيمات هذه القيم ($\ln \hat{y}_t$) وبحساب مربع الارتباط بين ($\ln \hat{y}_t, \ln y_t$) وجد أن:

$$\mathbf{r2}(\ln \hat{y}_t, \ln y_t) = \mathbf{0.691}$$

وبمقارنة هذه القيمة ($\mathbf{r2}$) بقيمة معامل التحديد المحسوب من الدالة اللوغارتميه ($\mathbf{R^2}$ = $\mathbf{0.690}$) نجد أن ($\mathbf{r2} \approx \mathbf{R^2}$) وبذلك تكون الداله اللوغارتميه هي الأفضل.

بعد أن توصلنا إلى أن الصورة اللوغارتمية هي الأفضل نقوم الآن باستخدام طريقة بزين والتي تعتمد علي معاينة جيبس لحساب مقدرات المعالم $\boldsymbol{\alpha}$ (الجزء الثابت من خط الانحدار) و$\boldsymbol{\beta}$ (معلمة المتغير المستقل) و $\boldsymbol{\sigma^2}$ (مربع الخطأ المعياري للتقدير) ومقارنة تلك النتائج بالنتائج التي تم الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى العادية للنموذج اللوغارتمي.

يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظم علي العمر الأصلي مقاساً بالشهر باستخدام الصورة اللوغارتميه.

جدول (2) نتائج تقدير الصورة اللوغارتمية للانحدار هشاشة العظام على العمر الأصلي مقاساً بالشهر باستخدام معاينة جيبس

Parameter	Estimate	Variance	Confidence Interval 95%
α	-0.42599	0.045741	**(-0.8392,-0.00989)**
β	1.04060	0.002568	**(0.9418,1.1385)**
σ^2	0.160035	0.000346	**(0.1275,0.2006)**

بمقارنة نتائج جدول (2) بنتائج جدول (1) بالنسبة للصورة اللوغارتمية نلاحظ أن تباين مقدرات معينة جيبس أقل من تباين مقدرات المربعات الصغرى كما أن فترات الثقة الخاصة بمعاينة جيبس أفضل من فترات الثقة التي تم الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى مما يدل على قوة طريقة معاينة جيبس في حساب المقدرات، كما أن معاينة جيبس أتاحت الحصول علي تباين مقدر σ^2 وفترة لثقة لهذا المقدر وهذا ما عجزت عنه طريقة المربعات الصغرى في حسابه مما يجعل الأفضلية لطريقة معاينة جيبس.

ثانياً: تقدير معادلة انحدار هشاشة العظم على عدد وحدات الدم باستخدام الصور الدالية المختلفة.

نهدف إلي الوصول إلي أفضل صورة داليه تمثل العلاقة بين المتغير التابع هشاشة العظم والمتغير المستقل عدد وحدات الدم وسوف نرمز إلي المتغير التابع بـ **y** والمتغير المستقل بـ $\mathbf{x_2}$. يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظم على عدد وحدات الدم باستخدام الصور الشائعة الاستخدام (الدالة الخطية– الدالة الآسية).

جدول (3) نتائج تقدير الصور الدالية المختلفة للانحدار هشاشة العظام علي عدد وحدات الدم

Model		*Unstandardized Coefficients* β	*Confidence Interval95%*		*t (Sig)*	*Std.error*
			Lower	**Upper**		
linear	**constant**	**27.993**	**21.879**	**34.107**	**9.048 (0.00)****	**3.094**
	x_2	**0.629**	**0.546**	**0.711**	**15.040 (0.00)****	**0.042**

	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.604	0.602	226.202		0.000**	24.27101
Exponential (log-linear)	constant	3.321	3.195	3.447	52.138 (0.00)**	0.064
	x_2	0.011	0.009	0.013	12.639 (0.00)**	0.001
	R^2	R^2 (Adj)	F		Sig.	Std.error of the estimate
	0.519	0.516	159.755		0.000**	0.49973

* : معنوي عند مستوي معنوية 5% .

** : معنوي عند مستوي معنوية 1% .

لم نستطع إجراء الصورة اللوغارتمية وشبة اللوغارتمية لاحتواء المتغير المستقل علي قيم صفرية.

من الجدول السابق يتضح لنا ما يلي:

1- بالنسبة للصورة الخطية:

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل والجزء الثابت من خط الانحدار عند مستوي معنوية (1% , 5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

2- بالنسبة للصورة الآسية:

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل والجزء الثابت من خط الانحدار عند مستوي معنوية (1% , 5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

نبدأ الآن بمقارنة الدالة الخطية بالدالة الآسية وذلك عن طريق المعيار التالي:

استخدام معيار معامل التحديد (R2)

الطريقة الأولى:

يتم حساب القيم المقدرة من النموذج الآسي ($\ln \hat{y}_t$) ومن هذه القيم يمكن إيجاد القيم المقابلة لهذه اللوغارتيمات $[\exp(\ln \hat{y}_t)]$ وبحساب مربع الارتباط بين $[\exp(\ln \hat{y}_t), y_t]$ وجد أن:

$$\mathbf{r2}\ [\exp(\ln \hat{y}_t), y_t] = \mathbf{0.545}$$

وبمقارنة هذه القيمة بقيمة معامل التحديد في الدالة الخطية ($\mathbf{R^2} = 0.604$) نجد أن $\mathbf{R^2} > \mathbf{r2}$، وبذلك تكون الصورة الخطية هي الأفضل.

الطريقة الثانية:

يتم حساب القيم المقدرة من الدالة الخطيه ($\hat{y}_t$) ثم نحسب لوغارتيمات هذه القيم ($\ln \hat{y}_t$) وبحساب مربع الارتباط بين ($\ln \hat{y}_t, \ln y_t$) وجد أن:

$$\mathbf{r2}(\ln \hat{y}_t, \ln y_t) = \mathbf{0.567}$$

وبمقارنة هذه القيمة ($\mathbf{r2}$) بقيمة معامل التحديد المحسوب من الدالة الآسية ($\mathbf{R^2} = \mathbf{0.519}$) نجد أن ($\mathbf{r2} < \mathbf{R^2}$) وبذلك تكون الداله الخطية هي الأفضل.
بعد أن توصلنا إلى أن الصورة الخطية هي الأفضل نقوم الأن باستخدام طريقة بزين والتي تعتمد على معاينة جيبس لحساب مقدرات المعالم $\boldsymbol{\alpha}$ و $\boldsymbol{\beta}$ و $\boldsymbol{\sigma^2}$ ومقارنة تلك النتائج بالنتائج التي تم الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى العادية للنموذج الخطي.

يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظم على عدد وحدات الدم باستخدام الصورة الخطية باستخدام معاينة جيبس.

جدول (4) نتائج تقدير الصورة الخطية للانحدار هشاشة العظم على عدد وحدات الدم باستخدام معاينة جيبس

Parameter	Estimate	Variance	Confidence Interval 95%
α	27.5278	9.3789	**(21.5431,33.5379)**
β	0.63353	0.001723	**(0.5518,0.7151)**
σ^2	589.4195	4747.6023	**(468.985,738.541)**

بمقارنة نتائج جدول (4-4) بنتائج جدول (3-4) بالنسبة للصورة الخطية نلاحظ أن تباين مقدرات معينة جيبس أقل من تباين مقدرات المربعات الصغرى كما أن فترات الثقة الخاصة بمعاينة جيبس أفضل من فترات الثقة التي تم الحصول عليها من طريق المربعات الصغرى مما يدل على قوة طريقة معاينة جيبس في حساب المقدرات، كما أن معاينة جيبس أتاحت الحصول علي تباين مقدر σ^2 وفترة لثقة لهذا المقدر وهذا ما عجزت عنه طريقة المربعات الصغري في حسابهمما يجعل الأفضلية لطريقة معاينة جيبس.

القسم الثاني:

أولاً: تقدير معادلة انحدار هشاشة العظم على العمر الأصلي مقاساً بالشهر وعدد وحدات الدم باستخدام الصور الدالية المختلفة

نهدف إلى الوصول إلى أفضل صورة داليه تمثل العلاقة بين المتغير التابع هشاشة العظام والمتغيرات المستقلة العمر الأصلي مقاساً بالشهر،وعدد وحدات الدموسوف نرمز إلي المتغير التابع بـ $\mathbf{y}$ والمتغيرات المستقلة بـ$\mathbf{x_1}$ و$\mathbf{x_2}$. يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظام على العمر الأصلي مقاساً بالشهر وعدد وحدات الدم باستخدام الصور الأربعة الشائعة الاستخدام (الدالة الخطية – الدالة الآسية).

جدول (5) نتائج تقدير الصور الدالية المختلفة للانحدار هشاشة العظام علي العمر الأصلي مقاساً بالشهر، وعدد وحدات الدم

Model		*Unstandardized Coefficients β*	*Confidence Interval95%*		*t (Sig)*	*Std.error*
			Lower	Upper		
linear	**constant**	**-7.532**	**-17.13**	**2.072**	**-1.550 (0.12)**	**4.859**
	x_1	**1.105**	**0.850**	**1.360**	**8.569 (0.00)****	**0.129**
	x_2	**-0.233**	**-0.443**	**-0.023**	**-2.194 (0.00)****	**0.106**
	R^2	**R^2 (Adj)**	**F**		**Sig.**	**Std.error of the estimate**
	0.736	**0.733**	**205.162**		0.000**	**19.8878**
Exponential (log-linear)	**constant**	**2.686**	**2.476**	**2.895**	**25.338 (0.00)****	**0.106**
	x_1	**0.020**	**0.014**	**0.025**	**7.032 (0.00)****	**0.003**
	x_2	**-0.005**	**-0.009**	**0.00**	**-1.961 (0.05)***	**0.002**
	R^2	**R^2 (Adj)**	**F**		**Sig.**	**Std.error of the estimate**
	0.640	**0.635**	**130.746**		0.000**	**0.43376**

* : معنوي عند مستوي معنوية 5% .

** : معنوي عند مستوي معنوية 1% .

لم نستطع إجراء الصورة اللوغارتمية وشبة اللوغارتمية لاحتواء المتغير المستقل x_2 علي قيم صفرية.

من الجدول السابق يتضح لنا ما يلي:

1- بالنسبة للصورة الخطية:

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغيرات المستقلة عند مستوي معنويه (1% ,5%)، وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

2- بالنسبة للصورة الآسية:

تحققت معنوية العلاقة الانحدارية الكلية عند مستوي معنوية (1% , 5%) كما تحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل $\mathbf{x_1}$ والجزء الثابت من خط الانحدار عند مستوي معنوية (1% , 5%)، وتحققت معنوية معامل انحدار المتغير المستقل $\mathbf{x_2}$ عند مستوي معنوية (5%) وتم التحقق من توافر شروط نموذج الانحدار من حيث أن القيمة المتوقعة للأخطاء العشوائية تساوي صفر وثبات تباين الأخطاء العشوائية وأن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

نبدأ الآن بمقارنة الدالة الخطية بالدالة الآسية وذلك عن طريق المعيار التالي:

- استخدام معيار معامل التحديد (**R2**)

الطريقة الأولى:

يتم حساب القيم المقدرة من النموذج الآسي ($\ln \hat{y}_t$) ومن هذه القيم يمكن إيجاد القيم المقابلة لهذه اللوغارتيمات $[\exp(\ln \hat{y}_t)]$ وبحساب مربع الارتباط بين $[\exp(\ln \hat{y}_t), y_t]$ وجد أن:

r2 $[\exp(\ln \hat{y}_t), y_t]$=**0.626** وبمقارنة هذه القيمة بقيمة معامل التحديد في الدالة الخطية (**R2** =0.736) نجد أن **r2<R2**، وبذلك تكون الصورة الخطية هي الأفضل.

الطريقة الثانية:

يتم حساب القيم المقدرة من الدالة الخطية ($\hat{y}_t$) ثم نحسب لوغارتيمات هذه القيم ($\ln \hat{y}_t$) وبحساب مربع الارتباط بين ($\ln \hat{y}_t, \ln y_t$) وجد أن :**0.651** = (**r2(**$\ln \hat{y}_t, \ln y_t$

وبمقارنة هذه القيمة (r2) بقيمة معامل التحديد المحسوب من الدالة الآسية ($R2 = 0.640$) نجد أن ($r2<R2$) وبذلك تكون الدالة الخطية هي الأفضل.

بعد أن توصلنا إلى أن الصورة الخطية هي الأفضل نقوم الآن باستخدام طريقة بزين والتي تعتمد علي معاينة جيبس لحساب مقدرات المعالم α و β_1 و β_2 و σ^2 ومقارنة تلك النتائج بالنتائج التي تم الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى العادية للنموذج الخطي.

يعرض الجدول التالي نتائج تقدير معادلة الانحدار هشاشة العظم علي العمر الأصلي مقاساً بالشهر، وعدد وحدات الدم باستخدام الصورة الخطية باستخدام معاينة جيبس.

جدول (6)
نتائج تقدير الصورة اللوغارتميه للانحدار هشاشة العظم على العمر الأصلي مقاساً بالشهر وعدد وحدات الدمباستخدام معاينة جيبس

Parameter	Estimate	Variance	Confidence Interval 95%
α	-7.5229	**17.6891**	(-15.7899,0.6848)
β_1	**1.1049**	**0.01250**	(0.8859,1.3248)
β_2	-0.2327	**0.008514**	(-0.4132,-0.0519)
σ^2	**298.033**	**923.4075**	(244.5415,363.645)

بمقارنة نتائج جدول (6) بنتائج جدول (5) بالنسبة للصورة الخطية نلاحظ أن تباين مقدرات معينة جيبس أقل من تباين مقدرات المربعات الصغرى كما أن فترات الثقة الخاصة بمعاينة جيبس أفضل من فترات الثقة التي تم الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى مما يدل على قوة طريقة معاينة جيبس في حساب المقدرات، كما أن معاينة جيبس أتاحت الحصول علي تباين مقدر σ^2 وفترة لثقة لهذا المقدر وهذا ما عجزت عنه طريقة المربعات الصغري في حسابه مما يجعل الأفضلية لطريقة معاينة جيبس.

4- النتائج والتوصيات

أهم النتائج :

1- تساوت قيمة مقدرات معالم نموذج الانحدار الخطي بطريقة المربعات الصغرى وبطريقة بيز باستخدام معاينة جيبس بشكل كبير إلي حد ما في حالة وجود توزيع قبلي قليل المعلومات وعندما تكون (σ) غير معلومة.

2- تكون مقدرات طريقة بيز باستخدام معاينة جيبس في حالة وجود توزيع قبلي قليل المعلومات أكثر كفاءة من طريقة المربعات الصغرى وذلك من خلال معيار اقل تباين وأفضل فترة ثقة.

3- قد لا تكون الصورة الخطية هي الصورة المناسبة لتمثيل العلاقة بين المتغيرات ولكن قد يوجد صور أفضل منها تؤدي إلي نتائج أفضل.

أهم التوصيات:

1- توصي هذه الدراسة باستخدام طريقة بيز المعتمدة على معاينة جيبس باستخدام توزيع قبلي قليل المعلومات عندما يكون التباين معلوم وفي حالة عدم وجود معلومات مسبقة عن المعلمات المطلوب تقديرها.

2- استخدام طريقة بيز المعتمدة على معاينة جيبس في حالة وجود معرفة التوزيع القبلي للمعلمات بمعنى وجود معلومات مسبقة أو قيود عن المعلمات المطلوب تقديرها.

3- تقدير معالم نموذج الانحدار في حالة سقوط فرض من فروض الانحدار باستخدام طريقة بزين.

قائمة المراجع

المراجع العربية:

1- الجبوري، شلال حبيب. (1990). "الانحدار المتعدد وتحليل التباين"، مطابع التعليم العالي، الجامعة المستنصرية، بغداد، العراق.

2- الجبوري، شلال حبيب وعبد، صلاح حمزة (2000)، "تحليل متعدد المتغيرات" ، مطبعة جامعة بغداد– العراق

3- الخيري، كوثر محمد علي **(2001)**، "دراسة مقارنة لبيان أفضل طريقة لتقدير معلمات الأنموذج الانحدار عندما يكون للأخطاء العشوائية توزيع متعدد المتغيرات **t**–"، رسالة ماجستير في الإحصاء كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

4- الراوي، خاشع محمود. (1987). "المدخل إلى تحليل الانحدار"، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل، العراق.

5- الشيحة، عبد الله بن عبد الكريم، "أس نظرية التقدير"، الرياض، مطابع جامعة الملك سعود، 1428 هجرية.

6- الصياد، جلال مصطفى (1993)، "الاستدلال الإحصائي" دار المريخ للنشر، الرياض.

7- عبودي، عماد حازم، **(1996)**، "استخدام أسلوب بيز في تقدير وتحليل معالم نماذج الانحدار مع تطبيق عملي"، رسالة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد.

8- كاظم، أموري هادي والدليمي، محمد مناجد عيفان (1988)، "مقدمة في تحليل الانحدار المتعدد"، مطبعة جامعة بغداد – العراق.

9- كاظم، أموري هادي ومسلم، باسم شيلبه، **(2002)**، "القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق"، دار الكتب والوثائق، جامعة بغداد.

10- مصطفى، عبد الحفيظ محمد فوزي (2002)، " الاستدلال الإحصائي/ (2) نظرية اختبار الفرضيات"، مجموعة النيل العربية، القاهرة.

11-نعمان، زيادة زكي صالح، **(1998)**، "استخدام المحاكاة لمقارنة طرق التقدير التقليدية وطرق بيز لمعلمات الأنموذج الانحدار"، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

المراجع الانكليزية:

1-Box, G.E.P. &Tiao, G.C. (1973); "Bayesian in ferrous in statistical Analysis", Addison–Wesley Publishing company, inc.

2-Carlin and louis (2000); "An Over view of "Bayesian of Econometrics"

3-Clemmer B.A. &Krutchkoff, R G. (1968) ” The of empirical bayes estimation in a linear regression model “ , Biometrika , Vol .55,No.3,P.5

4-Daniel R. Eno., (1999); "Non informative prior Bayesian Analysis for Statistical problems", Dissertation Doctor in statistics to the faculty of the virginapdytechnic in statute, Aprilq, Blacksburg, Virginia

5-Lindley, D.V. &Simith, A.F.M.(1972); "Bayes Estimaters for the Linear Model and Discussion", Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 43 No.1p.p.1-41

6-Mood, A.M., Greybill, F.A. &Boes, D.c, (1985); "Introduction to theory of statistics". Third edition McGraw . Hill, Inc.

7-Oman S. D., (1978); "Abayesian comparison of some "Estimation Used in Linear Regression with Multicol linear Data".Commun.Statistic.Theor.Meth.AH6), p.p.517-534.

8-Smith, A.F.M., (1973); "Ageneral Bayesian Linear Model" Jonral of the Royal Statistical society.Ser. B, Vol35.No.1, p.p.67-75.

9-Swamy, P.A.V. B and Metha, J.S, (1973); "Bayesian Anlanysis of error components Regression Models" Jasa, Vol, 68, No. 343, p.p. 648.

10-Tiao, G.C. &Zellner, A. (1964); "Bayes Theorem and the use of prior KnowLedge in Rrgression analysis", Biometrical, Vol. 51, No.1 &2 p.219-230.

11-Zellner, A. (1971); "An Introduction to Bayesian Inference in econometrics", John wily.

12-Zellner, A. (1975); "Bayesian Analysis of Regression error Term", Journal of the American Statistical Association Vol. 70, No. 349, p.p. 138-144.

13-Zellner.A, (1980); "Bayesian Analysisin econometrics and statistics, "North - Holland Publishing Company.

14-Zellner, A, (2003); "Some a spects of the History of Bayesian Information proressing" H.G.B. Alexander Recerch foundation.